Peer Reviewed, Open Access, Free Online Journal
Published monthly : ISSN: 2308-832X
Issue 1/2(44/45); January, February 2017

Original Article: MODELLO MATEMATICO DI GENERAZIONE DEL CAMPO ELETTRICO DI ADSORBIMENTO, LA DIFFUSIONE E IL FLUSSO

Citation
Islamgaliev D.V., Surnev V.B. Modello matematico di generazione del campo elettrico di adsorbimento, la diffusione e il flusso. *Italian Science Review*. 2017; 1/2(44/45). PP. 6-9.
Available at URL: http://www.ias-journal.org/archive/2017/jan-feb/Islamgaliev.pdf

Authors
D.V. Islamgaliev, Ural State Mining University, Russia.
V.B. Surnev, Ural State Mining University, Russia.

Submitted: January 19, 2017; Accepted: February 15, 2017; Published: February 28, 2017

Un modello matematico per la generazione di campi elettrici di fenomeni di adsorbimento, diffusione e il flusso nel metodo della polarizzazione spontanea con le posizioni comuni di calcoli all'interno del modello continuo.

Ricordiamo che dal punto di vista della struttura generale del modello matematico si costruisce un modello dell'oggetto di ricerca, che tiene conto di tutte le possibili relazioni significative e interazioni di oggetti elementari, in cui l'oggetto in esame, così come l'oggetto con l'ambiente [1]. Modello a oggetti è costruito nella forma di un "oggetto funzione", come che appare in meccanica o di Lagrange, o Hamiltoniana. In teoria dei campi come modello è costruito corrispondente alla densità della Lagrangiana o Hamiltoniana. Successivamente, utilizzando il principio di Hamilton in una forma generalizzata della teoria del campo e il lemma fondamentale del calcolo variazionale - Lemma Lagrange, ottenere equazioni di campo di moto. Poiché i principali fasi di costruzione circuitale di un modello generale di un campo sono noti [1], è solo una breve denotano queste fasi, e si concentra sulla costruzione della densità di Lagrange. Si specifica che, come un modello matematico per la generazione di un campo elettrico nel flusso di fluido o diffusione dovrebbe essere costruito nel approccio del campo, come dovrebbe essere presa in funzione di un oggetto, ad esempio, la densità della funzione Lagrange, portando alla lagrangiana della teoria del processo. La base di un modello matematico del processo di evoluzione dell'oggetto all'interno della teoria di campo è un principio generale di Hamilton, che è formulato come [1] segue. La vera evoluzione del mezzo continuo in uno spazio evento 4-dimensionale (tre coordinate spaziali e di tempo) per dati valori delle funzioni di campo su un'ipersuperficie Σ, che limita il campo nello spazio V di eventi simultanei che accadono in modo tale che l'azione funzionale assume S un valore fisso, che è la condizione necessaria stazionario [1]: (1)

Si presume che la densità della funzione Lagrange (lagrangiana) è dato da (2)

dove i numeri indice $j = 1, 2, \ldots, n$ latini le funzioni q^j di campo, un indice di greco $\alpha = 1, 2, 3$ - coordinate cartesiane nello spazio euclideo R^3. Riscrittura principio variazionale (1) di [1] (3) e di trovare la variazione delle attività funzionali, sfruttando una serie di calcoli standard [1], utilizzando la versione generica del lemma fondamentale del calcolo variazionale (di Lagrange lemma), si arriva al sistema del movimento continuo del mezzo in forma di equazioni di Lagrange nella forma seguente [1]: (4)

Pertanto, la costruzione di un modello matematico del processo di generazione del campo elettrico del movimento del fluido (portata o diffusione attraverso mezzi porosi) sarà completata, se la densità della funzione Lagrange è costruito (Lagrangian) nella forma (2). Cerchiamo di costruire la densità lagrangiana del problema.

La densità della funzione di Lagrange è [2] (5)

Dove $w_{кин}$ - la densità di energia cinetica w_{nom} - potenziale densità di energia.

La densità di energia cinetica (energia cinetica per unità di volume) è il seguente: (6)

in cui ρ - la densità del fluido, kg/m^3; v - velocità del flusso del fluido, m/c; α - Ambito, portando a densità di energia dimensionale del 1/m^2; C - la concentrazione di soluto kg-eq/m^3; D - Coefficiente di diffusione, m^2/c; ω - la densità di energia del doppio strato elettrico, kg/(m•c2).

I termini (6) a causa della densità di energia cinetica, dove il primo termine dell'espressione (6), - la solita densità di energia cinetica del fluido. Appare in (6), il secondo termine è dovuto alla diffusione che si verifica a causa l'agente di trasferimento. Il terzo termine (6) - la densità di energia del doppio strato elettrico, a causa della energia $E = \int\limits_{\Omega} \omega d\Omega$ spesa per il ravvicinamento delle cariche di segno opposto (cationi e anioni) e la formazione di un doppio strato $\omega = \frac{1}{2}\bar{\rho}\,\boldsymbol{\upsilon}^2$, $\boldsymbol{\upsilon}$ - la velocità media della carica, m/c; $\bar{\rho}$ - Volumetrico densità di carica, kg/m^3.

La velocità reale è pari a:

$$\delta\,\mathbf{v} = \delta\frac{\partial\,\mathbf{r}}{\partial t}$$

Di conseguenza, i termini (6) assumono la forma [2]:

$$\int_{t_1}^{t_2}\rho\,\mathrm{v}\,\delta\,\mathrm{v}\,dt = \int_{t_1}^{t_2}\rho\,\mathrm{v}\frac{d(\delta\,\mathrm{r})}{dt}dt = \rho\,\mathrm{v}\,\delta\mathbf{r}\Big|_{t_1}^{t_2} - ;$$

$$-\int_{t_1}^{t_2}\rho\frac{\partial\,\mathrm{v}}{\partial t}\delta\,\mathrm{r}\,dt = -\int_{t_1}^{t_2}\rho\frac{\partial\,\mathrm{v}}{\partial t}\delta\,\mathrm{r}\,dt$$

$$\int_{t_1}^{t_2}C\,\mathrm{v}\,\delta\,\mathrm{v}\,dt = \int_{t_1}^{t_2}C\,\mathrm{v}\frac{d(\delta\,\mathrm{r})}{dt}dt = C\,\mathrm{v}\,\delta\mathbf{r}\Big|_{t_1}^{t_2} -$$

$$-\int_{t_1}^{t_2}\frac{\partial(C\,\mathrm{v})}{\partial t}\delta\,\mathrm{r}\,dt = -\int_{t_1}^{t_2}\frac{\partial(C\,\mathrm{v})}{\partial t}\delta\,\mathrm{r}\,dt$$

$$\int_{t_1}^{t_2}\bar{\rho}\,\upsilon\,\delta\,\upsilon\,dt = \int_{t_1}^{t_2}\bar{\rho}\,\upsilon\frac{d(\delta\,\mathrm{r})}{dt}dt = \bar{\rho}\,\upsilon\,\delta\mathbf{r}\Big|_{t_1}^{t_2} - ;$$

$$-\int_{t_1}^{t_2}\bar{\rho}\frac{\partial\,\upsilon}{\partial t}\delta\,\mathrm{r}\,dt = -\int_{t_1}^{t_2}\bar{\rho}\frac{\partial\,\upsilon}{\partial t}\delta\,\mathrm{r}\,dt$$

quando $\delta\,\mathbf{r}(t_1) = \delta\,\mathbf{r}(t_2) = 0$.

Poi la variazione dell'energia cinetica:

$$\delta w_{кин} = \left(-\rho\frac{\partial\mathbf{v}}{\partial t} - C\frac{\partial\mathbf{v}}{\partial t} - \mathbf{v}\frac{\partial C}{\partial t} - \bar{\rho}\frac{\partial\boldsymbol{\upsilon}}{\partial t}\right)\delta\mathbf{r}$$

Dato che il lavoro delle forze interne non producono, la densità di energia potenziale rappresentato nella forma seguente [2]:

. (7)

Dove P - la conseguente pressione del fluido (liquido) in movimento, Pa; k_n - Rapporto vuoto; U - il potenziale del doppio strato elettrico, B; $\mathbf{i}_{\text{п}} = \sigma(\mathbf{E} + [\boldsymbol{\upsilon}, \mathbf{B}])$ - Il totale densità di corrente A/m^2; A - il potenziale vettore del campo elettromagnetico, A; B - Induzione magnetica, Tl, $\tilde{A}$ - una variazione di forze esterne, kg/(m•c2).

I termini nell'espressione (7) è parte del potenziale di densità di energia. La comparsa del primo termine (7) per il passaggio del fluido che scorre attraverso il mezzo permeabile. Ma dato che il flusso di uno dei suoi importo assegnato non cambia il suo valore, ma può cambiare forma), il termine deve essere aggiunto l'espressione (7). Il secondo termine (7) determina la variazione della concentrazione della sostanza. La (7) terzo termine tiene conto del doppio strato elettrico capacità generata all'interfaccia di fasi solide e liquide. Il quarto termine è il campo elettrico (elettromagnetica). Il quinto termine tiene conto dell'influenza di forze esterne.

Utilizzando conversione [3] una variante del primo termine può essere scritto come:

$$\delta\left(-P\cdot\mathbf{divr}\right)=\mathbf{grad}P\delta\mathbf{r}$$

per il secondo termine:

$$\delta\left(-\mathrm{k}_{\Pi}\mathrm{D}\mathbf{grad}\mathrm{C},\mathbf{v}\right)=$$
$$=\mathrm{div}\left(-\mathrm{k}_{\Pi}\mathrm{D}\mathbf{grad}\mathrm{C}\right)\cdot\mathbf{v}\delta\,\mathrm{r}$$

e utilizzando la trasformazione del terzo e quarto termini [4]:

$$\delta\left(\left[\mathbf{i}_{\Pi},\mathbf{A}\right]\right)=\left[\mathbf{i}_{\Pi},\mathrm{rot}\,\mathbf{A}\right]\delta\mathbf{r}=\left[\mathbf{i}_{\Pi},\mathbf{B}\right]\delta\mathbf{r}\,;$$
$$\delta\left(U\right)=\left(\mathbf{grad}U+\frac{\partial\mathbf{A}}{\partial\mathrm{t}}\right)\delta\mathbf{r}\,;$$

per quest'ultimo:

$$\delta\tilde{A}=\mathbf{F}\delta\mathbf{r}=\left(\mathbf{F}_1+\mathbf{F}_2+\mathbf{F}_3\right)\delta\mathbf{r} \quad (8)$$

F - variazione della forza del campo elettrico esterno, kg/(m^2•c^2); F_1 - Una variazione esterno elettrico forze del campo filtrazione, kg/(m^2•c^2); F_2 - Una variazione di forze campo elettrico esterno di diffusione, kg/(m^2•c^2); F_3 - Una variazione di intensità del campo elettrico esterno, kg/(m^2•c^2).

Il risultato è una variazione del potenziale densità di energia [2]:

$$\delta w_{\text{пот}}=\left[\begin{array}{l}\mathbf{grad}\mathrm{P}+\mathbf{div}\left(-\mathrm{k}_{\Pi}\mathrm{D}\mathbf{grad}\mathrm{C}\right)\mathbf{v}+\\+\bar{\rho}\left(\mathbf{grad}\mathrm{U}+\dfrac{\partial\mathbf{A}}{\partial\mathrm{t}}\right)+\left[\mathbf{i}_{\Pi},\mathbf{B}\right]+\mathbf{F}\end{array}\right]\delta\mathbf{r}$$

Se la velocità del flusso di Darcy v è costante, i termini saranno:

$$\tilde{A}=\frac{\mu}{c}\left(\mathbf{v},\mathbf{r}\right)+\mathbf{div}\left(C\,\mathbf{v}\right)\cdot\left(\mathbf{v},\mathbf{r}\right),$$
$$\delta\tilde{A}=\left[\frac{\mu}{c}\mathbf{v}+\mathbf{div}\left(C\,\mathbf{v}\right)\cdot\mathbf{v}\right]\delta\mathbf{r}\,,$$

dove μ - la viscosità dinamica del fluido, Pa•c; c - permeabilità idraulica, m^2.

Sostituendo la densità del Lagrangian (5), tenendo conto delle espressioni (6), (7) e (8) nell'equazione Lagrange (4), e calcolando, incluso nel sistema di equazioni (4), tenendo conto opere derivate trasformazioni [3,4] infine arrivare alla seguente sistema di equazioni differenziali con derivate parziali [2], che è l'equazione del moto dell'oggetto: (9)

dove k - un parametro che si verifica in presenza di trasporto convettivo di sostanze, se $k\in\left[0;1\right]$; coefficienti m_1, m_2, m_3 mostrano la presenza di un campo elettrico nelle tre equazioni che definiscono il materiale fluido flusso, diffusione e assorbimento, rispettivamente fornite $m_1+m_2+m_3=1$.

In conformità con i principi di base della modellazione matematica modello matematico dell'oggetto di studio costruito come una densità di Lagrange (5) comprende termini (6) e (7). Il significato fisico dei termini (6), (7). Le equazioni del moto dell'oggetto della ricerca (9) ottenuti dalla densità della funzione Lagrange sostituendo quest'ultimo nelle equazioni di campo generali e quindi eseguire tutte le operazioni necessarie di differenziazione. Il risultato è una soluzione del problema al contorno per un modello di sistema di equazioni differenziali in derivate parziali. In futuro, la transizione allo stato quasi-stazionario si ottiene la nota espressione: legge di Darcy, 1 e 2 legge di Fick e l'equazione di Poisson, vale a dire Siamo in grado di superare il sistema di Fredholm equazioni integrali di tipo II per i gradienti di campo elettrico ei campi corrispondenti (potenziale elettrico, concentrazione e pressione).

References:

1. Surnev V.B. 2013. Math modeling. Continuous deterministic models. 689 p.

2. Islamgaliev D.V. Mathematical model of electric field generation in the method of spontaneous polarization. Mining

information and analytical bulletin. P. 337-343.
3. Vanko V.I. 2006. Variational Calculus and Optimal Control. 488 p.
4. Batygin V.V. 2002. Modern electrodynamics, part 1. Microscopic theory. 736 p.

$$\delta S = \delta \int_{-\infty}^{+\infty} L dt = \delta \int_{-\infty}^{+\infty} \int_V \Lambda d\mathbf{x}\, dt = \delta \int_{-\infty}^{+\infty} \iiint_V \Lambda dx^1 dx^2 dx^3 dt = 0 \quad (1)$$

$$\Lambda = \Lambda\left(q^j, \frac{\partial q^j}{\partial x^\alpha}, \frac{\partial q^j}{\partial t}, \mathbf{r}, t \right) \quad (2)$$

$$\delta S = \delta \int_{-\infty}^{+\infty} \iiint_V \Lambda\left(q^j, \frac{\partial q^j}{\partial x^\alpha}, \frac{\partial q^j}{\partial t}, \mathbf{r}, t \right) d\mathbf{x}\, dt = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial \Lambda}{\partial q^j} - \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial \Lambda}{\partial\left(\frac{\partial q^j}{\partial t}\right)} - \sum_{\alpha=1}^{3} \frac{\partial}{\partial x^\alpha} \frac{\partial \Lambda}{\partial\left(\frac{\partial q^j}{\partial x^\alpha}\right)} = 0,\ (j = 1, 2, \ldots, n) \quad (4)$$

$$\Lambda\left(q^j, \frac{\partial q^j}{\partial x^\alpha}, \frac{\partial q^j}{\partial t}, \mathbf{r}, t \right) = w_{кин} - w_{пот} \quad (5)$$

$$w_{кин} = \frac{1}{2}\rho \mathbf{v}^2 + \frac{1}{2} C \mathbf{v}^2 + \omega \quad (6)$$

$$w_{пот} = -P \cdot \mathbf{div}\mathbf{r} + \left(-k_n D \mathbf{grad} C, \mathbf{v}\right) + \bar{\rho} U + \left(\mathbf{i}_n, \mathbf{A}\right) + \tilde{A} \quad (7)$$

$$\delta\tilde{A} = \mathbf{F}\delta\mathbf{r} = \left(\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3\right)\delta\mathbf{r} \quad (8)$$

$$\begin{cases} -\rho \dfrac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} - \mathbf{grad}P - m_1\left[\mathbf{i}_{\mathbf{п}}, \mathbf{B}\right] - \mathbf{F}_1 = 0, \\ -C \dfrac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} - \mathbf{v}\dfrac{\partial C}{\partial t} - \mathbf{div}\left(-k_n D \mathbf{grad} C\right)\mathbf{v} - m_2\left[\mathbf{i}_{\mathbf{п}}, \mathbf{B}\right] - \mathbf{F}_2 = 0, \\ -\bar{\rho}\dfrac{\partial \boldsymbol{\upsilon}}{\partial t} - \bar{\rho}\left(\mathbf{grad}U + \dfrac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}\right) - m_3\left[\mathbf{i}_{\mathbf{п}}, \mathbf{B}\right] - \mathbf{F}_3 = 0, \end{cases} \quad (9)$$