Peer Reviewed, Open Access, Free Online Journal
Published monthly : ISSN: 2308-832X
Issue 1(34); January 2016


**Original Article: MODELLO A MATRICE-GESTORE DEL SISTEMA ECONOMICO CON TEMPO CONTINUO**

**Citation**
Surnev V.B., Pyatkova V.B. Modello a matrice-gestore del sistema economico con tempo continuo. *Italian Science Review*. 2016; 1(34). PP. 66-71.
Available at URL: http://www.ias-journal.org/archive/2016/january/Surnev.pdf

**Authors**
V.B. Surnev, Ural State Mining University; Ural Federal University named after the first President of Russia B.N. Yeltsin, Russia.
V.B. Pyatkova, Ural State Mining University, Russia.

Submitted: December 26, 2015; Accepted: January 11, 2016; Published: January 21, 2016

Presentazione dei sistemi dinamici lineari con parametri concentrati. È noto [1] che il sistema a parametri concentrati complesso dinamico lineare (transitorio) può essere rappresentato in forma operator:

$$\left| y(t) \right\rangle = S(t) \left| f(t) \right\rangle \quad (1)$$

dove S - un operatore esplicito matrice del sistema, che descrive la trasformazione di un ingresso vettore $\left| f(t) \right\rangle$ colonna nel vettore colonna del segnale di uscita $\left| y(t) \right\rangle$, e $t \subset [a, b]$ - l'evoluzione nel tempo reale del sistema. La relazione forma espansa (1) assume la seguente forma:

$$\begin{pmatrix} y^1(t) \\ y^2(t) \\ \dots \\ y^n(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_1^1(t) & S_2^1(t) & \dots & S_m^1(t) \\ S_1^2(t) & S_2^2(t) & \dots & S_m^2(t) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ S_1^n(t) & S_2^n(t) & \dots & S_m^n(t) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f^1(t) \\ f^2(t) \\ \dots \\ f^m(t) \end{pmatrix}$$
(2)

Qui gli elementi della $S_j^i(t)$ matrice gestori dei sistemi $S(t)$ operatore operatori stessi-designate, che possono essere chiamati operatori di creazione per il fatto che l'azione di ciascun componente del vettore corrispondente ai risultati del segnale di ingresso nella "nascita" dei rispettivi componenti del segnale di uscita. Sarà mostrato che gli operatori di creazione sono operatori integrali e in caso di tempo concentrati e continuo, appartengono al tipo di operatori integrali Volterra sono espressi e, in generale, una serie integrale potenza molto preciso.

Sulla base analogia con la teoria della diffusione [2, 3], un gestore di sistema a matrice S esplicito in (2) è detta matrice di scattering, o semplicemente accoppiamento S-matrix dell'ingresso vettori e uscita - dispersione canali, il sistema molto complesso - multicanale, e la sua modello matematico - multi-dimensionale. Data la rappresentazione (2) sarà on per il gestore del sistema di utilizzare la notazione S della matrice e parlare di lui come S-matrix. Pertanto, si intende che tutte le equazioni sono discussi in qualche rappresentazione funzionale specifico. Si noti che le dimensioni dei componenti del segnale di ingresso e il segnale di uscita può essere in generale diversa. Ovviamente, per il sistema a S-matrice può trovare solo un tipo di modello e, di conseguenza, con questo metodo di descrivere l'evoluzione della S-matrice del sistema è un modello matematico di quest'ultimo. Poi dividere il concetto del sistema e del suo modello matematico non sarà basato sul principio di "equivalenza", che viene esposta in [4] come segue: "Poiché si può parlare di realtà fisica, solo basandosi sul modello particolare, la più semplice - dimenticare la differenza tra il soggetto e abbiamo costruito un modello degli oggetti-che".

La struttura del sistema di S-matrice può essere piuttosto complicato: gli elementi di S-matrice può essere zero, ei suoi elementi non nulli - operatori di creazione può avere una struttura a blocchi e così via. Notiamo una caratteristica più dei sistemi in esame. S-matrice Registrato in (2) operatori di creazione è chiaramente dipendente dal tempo. Tale dipendenza si verifica quando i parametri strutturali del sistema e del suo modello matematico sono funzioni di (esogeni) disturbi esterni e transitoria se quest'ultimo - funzioni complesse di tempo. Questi sistemi e il loro modello matematico, chiamato [5 - 14] sistemi parametrici esogeni. Successivo consideriamo sistemi parametrici esogeni con parametri concentrati. Da queste premesse può concludere non appena la scheda gestisce la forma esplicita di sistemi a S-matrice, quindi basta studiare la sua evoluzione nel tempo è ridotta per ottenere il segnale di uscita dall'impatto della S-matrice segnale d'ingresso secondo (1) o, equivalentemente stesso, (2). Pertanto, il compito del sistema a S-matrice costruzione può essere chiamato il compito principale della modellazione matematica di sistemi parametrici esogeni.

Nonostante il fatto che lo studio dell'evoluzione del sistema basato sulla rappresentazione (2) è molto facile da usare e trasparente, è raramente usato in pratica, da determinare la forma esplicita di sistemi a S-matrice, in generale, non è facile. Pertanto, per studiare l'evoluzione nel tempo del continuo sistema multidimensionale concentrati usando un metodo diverso, basato su modelli matematici dell'evoluzione del soggetto di un sistema di equazioni differenziali ordinarie. Questo documento mostra che questo metodo permette di determinare anche la forma esplicita della S-matrice del sistema studiato.

Come esempio, ricordiamo che nell'ambito del modello dinamico Leontev con evoluzione temporale continuo dell'ideale del sistema di valori (economica) è descritta da un sistema di equazioni differenziali ordinarie del primo ordine [15, 16] con coefficienti costanti,

$$I\frac{d}{dt}|Y\rangle = \Phi^{-1}(I-A)|Y\rangle - \Phi^{-1}|X\rangle \qquad (3)$$

dove $A$ - la matrice dei costi materiali diretti, $\Phi$ - il coefficiente di coefficienti di matrice investimenti incrementali, $I$ - la matrice identità, il vettore colonna

$$|Y(t)\rangle = \begin{pmatrix} y^1(t) & y^2(t) & \dots & y^n(t) \end{pmatrix}^T$$

- n-colonna dimensionale vettore di prodotti finali di n ciascuno dei rami di produzione e

$$|X(t)\rangle = \begin{pmatrix} x^1(t) & x^2(t) & \dots & x^n(t) \end{pmatrix}^T$$

- n-colonna dimensionali azioni di input vettoriale sul sistema.

Il significato economico degli elementi di queste matrici come segue. L'elemento $a^i_j$ della matrice $A$ - il coefficiente del costo dei materiali diretti, mostra quanti prodotti $i$-esima industrie necessario se si considerano solo i costi diretti per unità $j$ di prodotto per le industrie $j$-esimo. L'elemento $\varphi^i_j$ di matrice $\Phi$ - rapporto incrementale mostra come l'industria molti prodotti esimo deve essere investito nell'industria $i$ per aumentare la capacità di $j$ produzione dell'industria $j$-esimo per unità di prodotto.

Introducendo la notazione

$$|f(t)\rangle = -\Phi^{-1}|X\rangle, \; P = \Phi^{-1}(I-A),$$

il sistema di equazioni (3) nella forma

$$I\frac{d}{dt}|y(t)\rangle + P|y(t)\rangle = |f(t)\rangle \qquad (4)$$

Aggiunta al sistema di equazioni (4) le condizioni iniziali

$$|y(t_0)\rangle = |y_0\rangle \qquad (5)$$

vedere che le dinamiche della multidimensionale economica ideale sistema sta descrivendo il problema di Cauchy (4), (5).

Si precisa che il modello matematico di Leontev è un ideale, che è lineare, con coefficienti di costi rilevanti diretti e tariffe incrementali ipotizzata costante per tutto il periodo di studio di tempo. Perturbazioni esterne in questo modello non sono considerate, che è, tuttavia, una approssimazione molto approssimativa alla realtà.

Infatti, i costi materiali diretti consistono volume di produzione, la struttura di prodotti di base, il livello dei costi per unità di produzione (consumo di materie prime per unità di prodotto e il costo unitario medio delle materie prime), nonché stipendio specifica per unità di produzione (intensità di lavoro della produzione e del livello di pagare per 1 pers./h.). Consumi di materie per unità di uscita dipende dalla qualità delle materie prime, la sostituzione di un tipo di materiale da altri, cambiamenti nella formulazione di materie prime, attrezzature, tecnologie e organizzazione della produzione, la formazione di dipendenti, rifiuti, materie prime e di altri parametri. È evidente che tutti questi fattori variano nel tempo. Il livello del prezzo medio dei materiali dipende dai mercati delle materie prime, il prezzo del fornitore, intra-struttura delle risorse materiali, il livello dei costi di trasporto e di approvvigionamento, la qualità delle materie prime, ecc vendita Questi fattori sono inoltre soggetti a cambiare nel tempo.

Così, si è visto che gli elementi P - i parametri strutturali del sistema sono, in generale, funzioni temporali complesse. Inoltre, si è visto che gli elementi funzionali della matrice P in funzione del tempo e attuate mediata da una sufficientemente grande numero di parametri esterni del sistema. Poiché queste impostazioni possono essere richiamate il costo medio delle materie prime, stipendio specifica per unità di beni prodotti, la qualità delle materie prime, cambiamenti nella formulazione delle materie prime utilizzate nel processo di produzione di apparecchiature, tecnologie e organizzazione della produzione, qualificazione dei dipendenti, il costo del riciclaggio delle materie prime, e altri parametri. Portare un elenco completo dei parametri è difficilmente possibile. Se si prende in considerazione sufficiente per praticare un $m$ numero finito di parametri, è possibile registrare formalmente

$$p_j^i = p_j^i\left(c_1(t), c_2(t), \ldots, c_m(t), t\right).$$

cioè, otteniamo complessi parametri strutturali funzionali a seconda del tempo. Poiché il numero di parametri $c_k = c_k(t)$ esterni per il sistema, in generale, è incerta e dipende dal grado di dettaglio del sistema di studio, si può presumere che la dipendenza dei parametri strutturali del sistema - elementi della matrice P, il tempo specificato esplicitamente che semplificano notevolmente la notazione di equazioni differenziali che descrivono la dinamica del sistema.

Pertanto, l'evoluzione di un sistema esogeno parametrico multidimensionale economica (aggregate) modellato sistemi omogenei di equazioni differenziali della forma (4) con coefficienti dipendenti dal tempo

$$I\frac{d}{dt}\left|y(t)\right\rangle + P(t)\left|y(t)\right\rangle = \left|f(t)\right\rangle \qquad (6)$$

dove I - la matrice identità $P(t)$ - coefficienti di matrice funzionale, $\left|f(t)\right\rangle$ e $\Delta P(t)\left|y(t)\right\rangle$ quindi vettori dimensionale influenze esterne e sistema di risposta.

Il problema principale per un sistema di EDO (6) - è il problema di Cauchy con le condizioni iniziali

$$\left|y(t_0)\right\rangle = \left|y_0\right\rangle \qquad (7)$$

Descrizione del sistema parametrico esogeno aggregate equivalente equazione evoluzione integrale. Prendiamo come una "ipotesi ragionevole" che le influenze esterne sul sistema hanno il carattere di perturbazioni. In questo scenario i coefficienti del sistema modello di equazioni differenziali (6) in prossimità del valore iniziale possono essere $t_0$ considerati come funzioni della classe N [17], che è tipico per i sistemi con parametri dipendenti dal tempo deboli. Coefficienti di matrice funzionale P(t) del sistema (6) in prossimità del valore $t_0 \in (a, b)$ attuale della formula di Taylor [18]:

$$P(t) = A + \sum_{k=1}^{m} \frac{d^k P(t_0)}{dt^k} \frac{(t-t_0)^k}{k!} + \\ + \frac{d^{m+1} P(\xi)}{dt^{m+1}}\Big|_{t=t_0} \frac{(t-t_0)^{m+1}}{(m+1)!} \tag{8}$$

Sostituendo (8) nell'equazione (6) diamo l'equazione (6) alla maschera

$$I \frac{d}{dt} | y(t)\rangle + A | y(t)\rangle = \\ = \Delta P(t) | y(t)\rangle + | f(t)\rangle \tag{9}$$

dove

$$\Delta P(t) = -\left[ \begin{array}{l} \sum_{k=1}^{m} \frac{d^k P(t_0)}{dt^k} \frac{(t-t_0)^k}{k!} + \\ + \frac{d^{m+1} P(\xi)}{dt^{m+1}}\Big|_{t=t_0} \frac{(t-t_0)^{m+1}}{(m+1)!} \end{array} \right]$$

Riferendosi al vettore $\Delta P(t) | y(t)\rangle$ di fonti secondarie e soluzione di registrazione secolo-tor dell'equazione (9) sulla base del Duhamel [1], otteniamo un'equazione integrale della forma seguente

$$| y(t)\rangle = G(t, t_0) | y_0\rangle + | y_0(t)\rangle + \\ + \int_{t_0}^{t} G(t, s) \Delta P(s) | y(s)\rangle ds \tag{10}$$

equivalente perturbato problema di Cauchy (9) (7). La funzione di Green $G(t, s)$ delle condizioni iniziali per la soluzione del problema di Cauchy una forma speciale [1]:

$$\left( I \frac{d}{dt} + A \right) Z(t) = O \\ Z(t_0) = I \tag{11}$$

La dinamica del sistema è determinata dal problema di Cauchy (11), detto sistema di sfondo. Così, la seguente asserzione è vera.

Proposizione 1. Supponiamo che in un intervallo compatto cambia [a, b] pe cinghia poneva t un problema di Cauchy (6), (7). Supponiamo che gli elementi della matrice coefficiente P(t) dell'equazione vettoriale (6) sono continue [a. b] e derivabili m+1 sui tempi di intervallo sul corrispondente gap aperto (a, b). Quindi, se si conosce la funzione di Green - ri-soluzione del problema di Cauchy (6), (7), vi è una zona $U(t_0)$ di un valore iniziale $t_0 \in (a, b)$ arbitraria tale che affatto soddisfacente, $t \in U(t_0) \cap (a, b)$ perturbato $t > t_0$ problema di Cauchy (9), (7) riduce al vettore equivalente integrale equazione Volterra (10).

L'equazione (10), alle condizioni della Proposizione 1 è accurato. Tuttavia, per implementare una simulazione numerica basato su questa equazione è difficile a causa della presenza nel termine integrale della funzione da calcolare in un punto $t_0 < \xi < t$. Supponendo che la matrice coefficiente P(t) dell'equazione (6) è una funzione analitica che si espande in serie di Taylor, l'equazione integrale è notevolmente semplificata [2]:

$$| y(t)\rangle = G(t, t_0) | y_0\rangle + | y_0(t)\rangle + \\ + \int_{t_0}^{t} G(t, s)[A - P(s)] | y(s)\rangle ds \tag{12}$$

L'adeguatezza del sistema di equazioni integrali di evoluzione situazione oggettiva. Estendiamo gli elementi $G_k^i(t, s)$ di matrice nella metà $s > t$ superiore $a \le t, s \le b$ di una condizione piazza $G_k^i(t, s) \equiv 0 \quad (i, k = \overline{1, n})$ riscrivere la Volterra equazione integrale vettore (12) come equazione di Fredholm vettore

$$| y(t)\rangle = | y_0(t)\rangle + \int_a^b G(t, t_1) \Delta P(t_1) | y(t_1)\rangle dt_1 \\ | y_0(t)\rangle \equiv G(t, t_0) | y_0\rangle + \int_a^b ds G(t, s) f(s) \tag{13}$$

L'equazione (13) - analogo del equazione Lippmann-Schwinger (ELSch) teoria dello scattering [2, 3]. Soluzione ELSch (13) appare accanto al ottenuto con sostituzioni successive [19], e ha la forma:

$$|y(t)\rangle = |y_0(t)\rangle + \int_a^b G(t, t_1)\Delta P(t_1)|y_0(t_1)\rangle dt_1 + \int_a^b\int_a^b \begin{array}{c} G(t, t_1)\Delta P(t_1)G(t_1, t_2) \\ \Delta P(t_2)|y_0(t_2)\rangle dt_2 dt_1 \end{array} + \ldots$$

(14)

Definizione di una matrice interazioni

$$T \stackrel{def}{=} \int_a^b dt_1 G(t, t_1)\Delta P(t_1)[\ldots] + \int_a^b\int_a^b \begin{array}{c} G(t, t_1)\Delta P(t_1)G(t_1, t_2) \\ \Delta P(t_2)[\ldots]dt_2 dt_1 \end{array} + \ldots$$

(15)

e sostituendo (15) nella (14) si ottiene la soluzione ELSch (13) nella forma

$$|y(t)\rangle = (I+T)|y_0(t)\rangle \quad (16)$$

Relazione operatore (16) determina la S-matrice del sistema esplicitamente:

$$S \stackrel{def}{=} I + T \quad (17)$$

Per dimostrare che l'equazione integrale (12), equivalente al problema perturbazione Cauchy (9) (7) descrive l'evoluzione temporale dei corrispondenti sistemi parametrici esogeni lineari con parametri concentrati, è necessario capire la questione della convergenza della serie nata (14) e il tipo di convergenza. Poi si giustifica l'applicabilità di questa equazione per la modellazione matematica della dinamica dei sistemi parametrici. È facile dimostrare che il seguente teorema [5].

Teorema. Se $(\forall i,\ j = \overline{1, n})$ le funzioni $|y(t)\rangle$, $|f(t)\rangle$ e la matrice $\Delta P(t)$ sono continue su un intervallo compatto [a, b], la serie Bourne (14) converge in questo intervallo è assolutamente e uniformemente.

Teorema è dato in concomitanza con l'approvazione di una porta a concludere circa l'adeguatezza dell'equazione (12) soggetto situazione simulata [12, 14].

Proposizione 2. Sia l'evoluzione dei sistemi S parametrici multidimensionali con parametri concentrati sull'intervallo di tempo [a, b] descritto dalla soluzione del problema di Cauchy (9), (7), e lo sfondo dell'evoluzione descritta dal corrispondente problema di Cauchy (11) per le equazioni con coefficienti costanti, e lasciare gli elementi della matrice coefficiente P(t) dell'equazione (6) in funzione del tempo sono continui sull'intero intervallo di tempo [a, b] e derivabile m+1 sull'intervallo appropriato aperto (a, b). C'è poi un intorno $U(t_0)$ di un valore iniziale arbitraria del tempo $t_0 \in (a, b)$, che per tale $t \in U(t_0) \cap (a, b)$ che le $t > t_0$ dinamiche del sistema parametrico esogeno è descritto dall'equazione integrante della forma (12).

Asserzione 2 costruttivamente come un algoritmo iterativo per risolvere l'equazione (12) è implementato numericamente molto più facile che la soluzione del sistema originale di equazioni differenziali ordinarie.

Tornando al significato sostanziale del sistema studiato, dalla serie di (17) è facile vedere che gli elementi di S-matrice del simulato economica sistemi (produzione e distribuzione), che può ora essere chiamata la nascita di nuove operatori del prodotto, all'interno delle ipotesi sono le seguenti forma esplicita

$$S_j^i(t) = \delta_j^i + T_j^i(t) \quad (18)$$

dove $\delta_j^i$ - gli elementi della matrice unitaria (secondo nome $\delta_j^i$ - simbolo Kronecker [17]), e gli elementi $T_j^i(t)$ delle interazioni matrice (15) sono espressi integro-potere serie di forma:

$$T_j^i \stackrel{def}{=} \int_a^b dt_1 G_k^i(t, t_1)\Delta P_j^k(t_1)[\ldots] + \int_a^b\int_a^b \begin{array}{c} G_k^i(t, t_1)\Delta P_m^k(t_1)G_n^m(t_1, t_2) \\ \Delta P_j^n(t_2)[\ldots]dt_2 dt_1 \end{array} + \ldots \quad (19)$$

In conclusione possiamo trarre le seguenti conclusioni:

1) L'articolo ha stabilito un modello matematico di economica (produzione-distribuzione-tivamente) sotto forma di una relazione matriciale operatore (2);

2) l'algoritmo proposto per reperire operatori per la creazione di un nuovo prodotto è una forza costruttiva $S_j^i(t)$ nelle rivendicazioni provati;

3) la forma specifica degli operatori di creazione di un nuovo prodotto dovrebbe Soder-raccolta in tutto il necessario per la realizzazione di operazioni di prodotto, comprese le operazioni di logistica.

Costruzione di modelli matematici dei sistemi economici dal lato dell'offerta specifici non è compito di questo articolo.

**References:**


1. Surnev V.B. 2013. Mathematical modeling. Continuous deterministic model. 689 p.
2. Taylor J. 1975. Scattering theory. Quantum theory of non-relativistic collisions. 565 p.
3. Surnev V.B. 1988. Scattering of elastic waves localized inhomogeneity. P. 9 - 19.
4. Burke W. 1985. Space-time geometry, cosmology. 416 p.
5. Surnev V.B. 2005. Method of analysis of linear dynamic systems multiply. Proceedings of the universities. Mining Journal. P. 51 - 58.
6. Surnev V.B. 2006. Solution of certain problems of the dynamics of economic systems method of integral equations. Proceedings of the universities. Mining Journal. P. 85 - 94.
7. Surnev V.B. 2007. Study linear dynamic systems with variable parameters by secondary sources. Mathematical modeling of mechanical phenomena. Materials of All-Russian scientific and technical conference. P. 53 - 56.
8. Surnev V.B. 2007. Mathematical modeling of non-ideal linear dynamic systems with lumped. Mathematical modeling and boundary problems. Proceedings of the Fourth All-Russian Scientific Conference with international participation. P. 142-145.
9. Surnev V.B. 2010. Solving basic problems of mathematical modeling of parametric systems with lumped. 24 p.
10. Surnev V.B. 2010. Parametric model of the inductive transmitter. Proceedings of the universities. Mining Journal. P. 49 - 56.
11. Pyatkova V.B. 2011. Some questions of the theory of algorithms and numerical simulation of linear parametric systems. Mathematical modeling of mechanical phenomena. Materials of All-Russian scientific and technical conference. P. 11 - 14.
12. Pyatkova V.B. 2013. Mathematical modeling linear parametric systems with lumped parameters. Justification of the adequacy of the method of integral equations of evolution of the physical situation. Mathematical modeling and boundary problems. Proceedings of the Ninth All-Russian Scientific Conference with international participation. P. 60 - 64.
13. Pyatkova V.B. 2013. Parametric model of the inductive transmitter. Mathematical modeling of mechanical phenomena. Materials Science and Technology Conference. P. 66 - 68.
14. Pyatkova V.B. 2013. Justification of the adequacy of the method of integral equations evolutionarily physical situation. Proceedings of the Ural State Mining University. V. 1. P. 3 - 7.
15. Kolemaev V.A. 2005. Mathematical Economics. 399 p.
16. Kolemaev V.A. 2005. Economic-mathematical modeling. 295 p.
17. Surnev V.B. 2007. Differential geometry. 186 p.
18. Surnev V.B. 2010. Foundations of Mathematics. Part 3. Analysis of functions of several real variables. 296 p.
19. Lovitt W.B. 1957. Linear integral equations. 266 p.