Peer Reviewed, Open Access, Free Online Journal
Published monthly : ISSN: 2308-832X
Issue 11(20); November 2014

Original Article: IL MODELLO MATRIX-OPERATORE SISTEMA ECONOMICO TEMPO CONTINUA

Citation
Surnev V.B., Pyatkova V.B. Il modello Matrix-operatore sistema economico Tempo continua. *Italian Science Review*. 2014; 11(20). PP. 88-95.
Available at URL: http://www.ias-journal.org/archive/2014/november/Surnev.pdf

Authors
V.B. Surnev, Ural State Mining University, Russia.
V.B. Pyatkova, Ural State Mining University, Russia.

Submitted: October 29, 2014; Accepted: November 14, 2014; Published: November 23, 2014

Due rappresentazioni del sistema dinamico lineare con le impostazioni di messa a fuoco governativa. È noto [1] che il complesso sistema dinamico lineare (non stazionario) con parametri concentrati può essere rappresentato nella forma esercente: (1) dove S - l'operatore matriciale esplicita del sistema, descrive la trasformazione di un vettore colonna del segnale $\left| f(t) \right\rangle$ di ingresso nel vettore colonna del segnale di uscita, $\left| y(t) \right\rangle$ e $t \subset [a, b]$ - l'evoluzione nel tempo reale del sistema. In forma estesa, relazione (1) assume la seguente forma: (2).

Qui gli elementi $S_j^i(t)$ del gestore matrice del sistema $S(t)$ sono essi stessi operatori che possono essere chiamati operatori di creazione per la ragione che l'azione di ciascuno di essi sulla corrispondente componente del segnale di ingresso porta alla "nascita" dei rispettivi componenti del segnale di uscita. Qui di seguito verrà dimostrato che gli operatori di creazione sono operatori integrali e in questo caso il sistema di tempo Lumped e continuo, appartengono al tipo di operatori integrali Volterra ed espresso, in generale, nonché alcune serie integrante potenza.

Sulla base analogia con la teoria della dispersione [2, 3], un operatore matriciale esplicito del sistema S (2) è detta matrice di scattering, o solo S due matrix di vettori del segnale di ingresso e il segnale di uscita - dispersione canali, il sistema molto complesso - un multi-canale e la sua modello matematico - multidimensionale. Data la rappresentazione (2) è mantenuto per un operatore di sistema di utilizzare la notazione della matrice e parlare di lui come matrici. Pertanto, si intende che tutte le equazioni sono discussi in qualche rappresentazione funzionale specifico. Si noti che le dimensioni dei componenti del segnale di ingresso e il segnale di uscita può essere in generale diversa. Ovviamente, per il sistema della matrice può solo trovare specie modello e, quindi, in tale metodo per descrivere l'evoluzione della matrice del sistema ed è un modello matematico di quest'ultimo. Poi dividere il concetto del sistema e del suo modello matematico non sarà basato sul principio di "equivalenza", che è formulato in [4] come segue: "Dal momento che possiamo interpretare la realtà fisica, solo basandosi su uno o un altro modello, il più facile - da dimenticare la differenza tra l'oggetto e il modello che abbiamo costruito questo sitita."

La struttura della matrice del sistema può essere abbastanza complessa, la matrice può avere zero elementi ei suoi elementi non nulli - gli operatori di creazione possono avere una struttura a blocchi, e così via. Notiamo una caratteristica più di questi sistemi. Matrice Registrato a (2) operatori di creazione dipende esplicitamente dal tempo. Tale dipendenza si verifica quando i parametri strutturali del sistema e del suo modello matematico sono funzioni di (esogeni) perturbazioni esterne e se recenti instabili - funzioni complesse di tempo. Tali sistemi ei loro modelli matematici sono chiamati [5-14] sistemi parametrici esogeni. Successivo considerare sistemi parametrici esogeni con parametri concentrati. Da queste osservazioni preliminari possono essere conclusi non appena non registra la forma esplicita del sistema a matrice, quindi una volta lo studio della sua evoluzione nel tempo è ridotto per produrre un segnale di uscita agendo sulla matrice di ingresso secondo (1) o, equivalentemente stesso, (2). Pertanto, il problema della costruzione del sistema matrice può essere chiamato il compito principale della modellazione matematica di sistemi parametrici esogeni.

Nonostante il fatto che lo studio dell'evoluzione del sistema basato sulla rappresentazione (2) è molto conveniente e trasparente, è raramente utilizzato nella pratica, poiché la matrice di determinare la forma esplicita del sistema, in generale, non è facile. Quindi, per studiare l'evoluzione nel tempo dei sistemi multidimensionali continui con parametri concentrati utilizzando un altro metodo, basato su modelli matematici dell'evoluzione oggetto di un sistema di equazioni differenziali ordinarie. In questo lavoro si dimostra che questo metodo permette di determinare anche la forma esplicita della matrice del sistema studiato.

Come esempio, si ricorda che nel quadro del modello di Leontief dinamico con evoluzione temporale continua dell'ideale del sistema di valori (economica) descritto da un sistema di equazioni differenziali ordinarie del primo ordine [15, 16] a coefficienti costanti, (3) dove A - la matrice dei costi dei materiali diretti Φ - la matrice dei coefficienti di coefficienti o investimenti incrementali I - la matrice identità, il vettore colonna

$$|Y(t)\rangle = \left(y^1(t) \quad y^2(t) \quad \dots \quad y^n(t)\right)^T$$

- n-dimensionale vettore colonna dei prodotti finali di ciascuno dei n comparti di pro-duzione, e

$$|X(t)\rangle = \left(x^1(t) \quad x^2(t) \quad \dots \quad x^n(t)\right)^T$$

- n-dimensionale vettore colonna di ingresso al sistema.

L'importanza economica degli elementi delle matrici riportate accanto. Elemento a_j^i della matrice A - il coefficiente di costi rilevanti diretti, mostra la quantità di prodotto dell'industria manifatturiera iesima è necessario se si considerano j solo i costi diretti di produzione per l'unità esima delle industrie di produzione. Elemento φ_j^i della matrice Φ - la incrementale coefficiente, mostra come molti i prodotti dell'industria esima deve essere investito nell'industria per aumentare la capacità di produzione dell'industria esimo j per unità di produzione.

Introducendo la notazione

$$|f(t)\rangle = -\Phi^{-1}|X\rangle,$$

$$P = \Phi^{-1}(I - A),$$

sistema di equazioni (3) può essere scritta come. (4)

L'aggiunta al sistema di equazioni (4) le condizioni iniziali (5) vediamo che la dinamica del multidimensionale sistema economico ideale, descrive il problema di Cauchy (4), (5).

Si precisa che il modello matematico di Leontief è un ideale, che è lineare, con coefficienti di costi rilevanti diretti e coefficienti fondoëmkosti incrementali sono assunti costanti per tutto il periodo di studio. Perturbazioni esterne in questo modello non tiene conto, che è, tuttavia, una approssimazione molto approssimativa alla realtà.

Infatti, i costi rilevanti diretti includono il volume di produzione, la struttura dei prodotti di base, il livello dei costi per unità di produzione (consumo di materie prime per unità di prodotto e il valore medio unitario delle materie prime), nonché retribuzione specifica per unità di prodotto (prodotti intensità di lavoro e il livello di remunerazione per 1 pers. / h.). Il consumo di materiali per unità di prodotto dipende dalla qualità delle materie prime, la sostituzione di un materiale all'altro, cambiando la formulazione di materie prime, attrezzature, tecnologia e organizzazione della produzione, la formazione di dipendenti, i rifiuti di materie prime e di altri parametri. È evidente che tutti questi fattori variano con il tempo. Il livello dei prezzi medi delle materie dipende dai mercati delle materie prime, il prezzo del fornitore, intra-struttura risorse materiali, il livello dei costi di ordinazione, la qualità delle materie prime, ecc vendita Questi fattori stanno cambiando nel tempo.

Così, si vede che gli elementi della matrice P - i parametri strutturali del sistema sono, in generale, funzioni temporali complesse. Inoltre, si è visto che gli elementi funzionali della matrice P in funzione del tempo mediato applicato attraverso un numero sufficientemente elevato di parametri esterni del sistema. Poiché questi parametri possono essere chiamati il costo medio delle materie prime, stipendio specifica per unità di beni prodotti, la qualità delle materie prime, i cambiamenti nella formulazione delle materie prime utilizzate nel processo di attrezzature di produzione, la tecnologia e la produzione di organizzazione, di qualificazione dei dipendenti, il costo dello smaltimento delle materie prime e di altri parametri. Portare un elenco completo dei parametri è quasi impossibile. Se preso in considerazione sufficiente praticare un numero finito di parametri, formalmente possiamo scrivere

$$p_j^i = p_j^i\left(c_1(t), c_2(t), \ldots, c_m(t), t\right)$$

cioè ottenere complessa dipendenza funzionale dei parametri strutturali del tempo. Poiché il numero di parametri $c_k = c_k(t)$ esterni per il sistema, in generale, è incerta, e dipende dal grado di dettaglio dello studio, si può supporre che la dipendenza dei parametri strutturali del sistema - gli elementi della matrice P, il tempo viene impostato esplicitamente, che semplificano notevolmente la notazione di equazioni differenziali che descrivono la dinamica del sistema .

Così, l'evoluzione del sistema esogeno parametrico multidimensionale economica (aggregate) è modellato da un sistema disomogeneo di equazioni differenziali della forma (4) con coefficienti dipendenti dal tempo (6) dove I - la matrice identità $P(t)$ - matrice funzionale dei coefficienti $|f(t)\rangle$ e $\Delta P(t)|\, y(t)\rangle$ vettori n pertanto dimensionali delle azioni esterne e la risposta del sistema.

Il problema principale per il sistema di ODE (6) - è il problema di Cauchy con condizioni iniziali. (7)

Descrizione della dinamica del sistema parametrico esogeno aggregate equivalente equazione evoluzione integrale. Prendiamo come una "ragionevole ipotesi" che le influenze esterne sul sistema hanno il carattere di perturbazioni. In questo scenario i coefficienti del modello di sistema di equazioni differenziali (6) in prossimità del valore iniziale possono essere considerati t_0 come funzioni della classe N [17], che è tipico per sistemi con parametri dipendenti dal tempo deboli. Funzione matrice dei coefficienti $P(t)$ del sistema (6) in prossimità dei valori $t_0 \in (a, b)$ rappresentano la formula di Taylor [18]: (8)

Sostituendo la (8) nell'equazione (6) diamo l'equazione (6) nella forma (9) dove

$$\Delta P(t) = -\left[\begin{array}{l} \sum\limits_{k=1}^{m} \dfrac{d^k P(t_0)}{dt^k} \dfrac{(t-t_0)^k}{k!} + \\ + \left.\dfrac{d^{m+1} P(\xi)}{dt^{m+1}}\right|_{t=t_0} \dfrac{(t-t_0)^{m+1}}{(m+1)!} \end{array}\right].$$

Riferendosi al vettore $\Delta P(t)\big| y(t)\big\rangle$ di fonti secondarie e equazione età strappata soluzione di registrazione (9) per principio di Duhamel [1], si ottiene l'equazione integrale della forma (10) equivalente turbato problema di Cauchy (9), (7). La funzione di Green $G(t, s)$ per le condizioni iniziali è la soluzione del problema di Cauchy di un particolare tipo [1]: (11)

Il sistema, la cui dinamica è definita dal problema di Cauchy (11) è chiamato il sistema di sfondo. Pertanto, la seguente asserzione.

Proposizione 1. Si supponga che in $[a, b]$ un intervallo compatto t di cambiamento di problema n variabile insieme Cauchy (6), (7). Supponiamo che gli elementi della matrice dei coefficienti $P(t)$ dell'equazione vettoriale (6) sono continue $[a, b]$ e differenziabili $m+1$ dell'intervallo tra il corrispondente intervallo aperto (a, b). Quindi, se conosciamo funzione di Green - la ri-soluzione del problema di Cauchy (6), (7), esiste un intorno $U(t_0)$ di un valore iniziale arbitraria $t_0 \in (a, b)$ tale che per $t \in U(t_0) \cap (a, b)$ ogni soddisfacente $t > t_0$, perturbato problema di Cauchy (9), (7) si riduce al vettore equivalente integrale equazione Volterra (10).

L'equazione (10), nelle condizioni della Proposizione 1 è tagliente. Tuttavia effettuare simulazione numerica in base a questa equazione è difficile a causa della presenza del termine integrale della funzione da calcolare in un punto $t_0 < \xi < t$. Se assumiamo che la matrice dei coefficienti $P(t)$ dell'equazione (6) è una funzione analitica che viene espanso in serie di Taylor, l'equazione integrale è notevolmente semplificata [2]: (12).

L'adeguatezza del sistema di equazioni integrali di evoluzione della situazione oggettiva. Estendiamo gli elementi di matrice $G_k^i(t, s)$ nella metà superiore $s > t$ del quadrato $a \le t, s \le b$ della condizione $G_k^i(t, s) \equiv 0 \quad (i, k = \overline{1, n})$, riscriviamo l'equazione integrale di Volterra vettore (12) come equazione vettore di Fredholm (13).

L'equazione (13) - analogico del Lippmann-Shwinger (ALSH) teoria dello scattering [2, 3]. Decisione ALSH (13) rappresenta la Nato nei pressi ottenuto per sostituzioni successive [19], e ha la forma: (14).

Definizione della matrice di interazione (15) e sostituendo la (15) nella (14), si ottiene la soluzione ALSH (13) nella forma. (16)

Relazione operatore (16) definisce un sistema di s-matrici esplicitamente: (17)

Per mostrare che l'equazione integrale (12) è equivalente al problema perturbazioni Cauchy (9), (7) descrive l'evoluzione temporale del sistema lineare corrispondente parametrico esogeno concentrati necessità di chiarire la questione della convergenza della serie Born (14) e il tipo di convergenza. Poi si giustifica l'applicabilità di questa equazione per la modellazione matematica della dinamica di sistemi parametrici. E 'facile dimostrare il seguente teorema [5].

Teorema. Se la $\left(\forall i,\ j = \overline{1, n}\right)$ funzione, $\big| y(t)\big\rangle \big| f(t)\big\rangle$ e la matrice $\Delta P(t)$ sono continue su un intervallo compatto $[a, b]$, il numero di Born (14) converge a questo intervallo è assolutamente e uniformemente.

Teorema è dato in concomitanza con l'approvazione del 1 porta ad una conclusione circa l'adeguatezza della equazione (12) ha simulato la situazione del soggetto [12, 14].

Proposizione 2. Sia l'evoluzione del multivariata parametrica concentrati sistema S parametro l'intervallo di tempo descritto dalla $[a, b]$ soluzione del problema di Cauchy (9), (7), e l'evoluzione dello sfondo del sistema è descritto dal corrispondente problema di Cauchy (11) per le equazioni con coefficienti costanti, e lasciare che gli elementi della matrice dei $P(t)$ coefficienti dell'equazione (6) in funzione del tempo è continua su tutto l'intervallo di tempo $[a, b]$ e differenziabile $m+1$ sulla aperta intervallo appropriato (a, b). Allora esiste un intorno di $U(t_0)$ un valore di tempo iniziale arbitraria $t_0 \in (a, b)$, che per tale che la $t \in U(t_0) \cap (a, b)$ dinamica $t > t_0$ del sistema parametrico esogeno è descritta dall'equazione integrante della forma (12).

Asserzione 2 è costruttivo, come un algoritmo iterativo per risolvere l'equazione (12) è implementato numericamente molto più facile che la soluzione del sistema originale di equazioni differenziali ordinarie.

Tornando al significato sostanziale del sistema studiato, l'insieme di relazioni (17), è facile vedere che gli elementi di S-matrice della economica (lato dell'offerta) modellato del sistema, che può essere ora chiamato operatori di creazione di un nuovo prodotto sotto le ipotesi sono le seguenti forma esplicita (18) dove δ_j^i - gli elementi della matrice identità (il secondo nome δ_j^i - il delta di Kronecker [17]), e gli elementi $T_j^i(t)$ delle interazioni matrice (15) sono espressi nella serie integro-potere della forma: (19)

In conclusione possiamo trarre le seguenti conclusioni:

1) L'articolo viene impostata modello matematico del sistema economico (distribuzione produzione-tivamente) sotto forma di relazione matriciale dell'operatore (2);

2) l'algoritmo proposto per trovare gli operatori di $S_j^i(t)$ creazione del nuovo prodotto è una forza costruttiva nelle accuse dimostrate;

3) la forma specifica della creazione di un nuovo prodotto dovrebbe contenere, raccogliere in tutte le operazioni necessarie per la nascita del prodotto, comprese le operazioni di logistica.

Costruzione di modelli matematici di sistemi economici dal lato dell'offerta specifici non è compito di questo articolo.

References:

1. Surnev V.B. 2013. Mathematical modeling. Continuous deterministic models. 689 p.
2. J. Taylor. 1975. Scattering theory. Quantum theory of nonrelativistic collisions. 565 p.
3. Surnev V.B. 1988. Scattering of elastic waves localized inhomogeneity. Proceedings of the Academy of Sciences of the USSR. P.9 - 19.
4. Byorke U. 1985. Space-time geometry, cosmology. 416 p.
5. Surnev V.B. 2005. Method of analysis of linear dynamical system of a multiply. Proceedings of the universities. Mining Journal. P. 51 - 58.
6. Surnev V.B. Solution of certain problems of the dynamics of economic systems by the method of integral equations. 2006. Proceedings of universities. Mining Journal. pp. 85 - 94.
7. Surnev V.B. 2007. Study of linear dynamical system with variable parameters, the method of secondary sources. Mathematical modeling of mechanical phenomena. All-Russian Scientific and Technical Conference. pp. 53 - 56.
8. Surnev V.B. 2007. Mathematical modeling of non-ideal linear dynamic systems with lumped. Mathematical modeling and boundary value problems. Proceedings of the Fourth All-Russian scientific conference with international participation. pp. 142-145.
9. Surnev V.B. Solving basic problems of mathematical modeling of parametric systems with lumped. p. 24.
10. Surnev V.B. 2010. Parametric model of the inductive transmitter. Creatures of the universities. Mining Journal. Ekaterinburg. P. 49 - 56.
11. Pyatkova V.B. 2011. Some questions in the theory and algorithms for the numerical simulation of linear parametric systems.

Mathematical modeling of mechanical phenomena. All-Russian Scientific and Technical Conference. P. 11 - 14.
12. Pyatkova V.B. 2013. Mathematical modeling of linear parametric systems with lumped parameters. Justification of the adequacy of the method of integral equations of evolution of the physical situation. Mathematical modeling and boundary value problems. Proceedings of the Ninth All-Russian scientific conference with international participation. P. 60 - 64.
13. Pyatkova V.B. 2013. Parametric model of the inductive transmitter. Mathematical modeling of mechanical phenomena. Materials Science and Engineering Conference. P. 66 - 68.
14. Pyatkova V.B. 2013. Justification of the adequacy of the method of integral equations evolutionarily physical situation. Proceedings of the Ural State Mining University. Ekaterinburg. Vol. 1. P. 3 - 7.
15. Kolemaev V.A. 2005. Mathematical Economics. 399 p.
16. Kolemaev V.A. 2005. Economic-mathematical modeling. 295 p.
17. Surnev V.B. 2007. Differential Geometry. 186 p.
18. Surnev V.B. 2010. Fundamentals of Mathematics. Part 3. Analysis of functions of several real variables. 296 p.
19. Lovitt U.B. 1957. Linear integral equations. 266 p.

$$|y(t)\rangle = S(t)|f(t)\rangle \quad (1)$$

$$\begin{pmatrix} y^1(t) \\ y^2(t) \\ \dots \\ y^n(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_1^1(t) & S_2^1(t) & \dots & S_m^1(t) \\ S_1^2(t) & S_2^2(t) & \dots & S_m^2(t) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ S_1^n(t) & S_2^n(t) & \dots & S_m^n(t) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f^1(t) \\ f^2(t) \\ \dots \\ f^m(t) \end{pmatrix} \quad (2)$$

$$I\frac{d}{dt}|Y\rangle = \Phi^{-1}(I-A)|Y\rangle - \Phi^{-1}|X\rangle \quad (3)$$

$$I\frac{d}{dt}|y(t)\rangle + P|y(t)\rangle = |f(t)\rangle \quad (4)$$

$$|y(t_0)\rangle = |y_0\rangle \quad (5)$$

$$I\frac{d}{dt}|y(t)\rangle + P(t)|y(t)\rangle = |f(t)\rangle \quad (6)$$

$$|y(t_0)\rangle = |y_0\rangle \quad (7)$$

$$P(t) = A + \sum_{k=1}^{m}\frac{d^k P(t_0)}{dt^k}\frac{(t-t_0)^k}{k!} + \frac{d^{m+1}P(\xi)}{dt^{m+1}}\bigg|_{t=t_0}\frac{(t-t_0)^{m+1}}{(m+1)!} \quad (8)$$

$$I\frac{d}{dt}|y(t)\rangle + A|y(t)\rangle = \Delta P(t)|y(t)\rangle + |f(t)\rangle \quad (9)$$

$$|y(t)\rangle = G(t,t_0)|y_0\rangle + |y_0(t)\rangle + \int_{t_0}^{t} G(t,s)\Delta P(s)|y(s)\rangle ds \quad (10)$$

$$\left(I\frac{d}{dt} + A\right)Z(t) = O, \quad Z(t_0) = I \quad (11)$$

$$|y(t)\rangle = G(t,t_0)|y_0\rangle + |y_0(t)\rangle + \int_{t_0}^{t} G(t,s)[A-P(s)]|y(s)\rangle ds \quad (12)$$

$$|y(t)\rangle = |y_0(t)\rangle + \int_a^b G(t,t_1)\Delta P(t_1)|y(t_1)\rangle dt_1$$

$$|y_0(t)\rangle \equiv G(t,t_0)|y_0\rangle + \int_a^b ds G(t,s) f(s) \quad (13)$$

$$|y(t)\rangle = |y_0(t)\rangle + \int_a^b G(t,t_1)\Delta P(t_1)|y_0(t_1)\rangle dt_1 +$$

$$+\int_a^b\int_a^b G(t,t_1)\Delta P(t_1)G(t_1,t_2)\Delta P(t_2)|y_0(t_2)\rangle dt_2 dt_1 + \ldots \quad (14)$$

$$T \overset{def}{=} \int_a^b dt_1 G(t,t_1)\Delta P(t_1)[\ldots] + \int_a^b\int_a^b G(t,t_1)\Delta P(t_1)G(t_1,t_2)\Delta P(t_2)[\ldots]dt_2 dt_1 + \ldots \quad (15)$$

$$|y(t)\rangle = (I+T)|y_0(t)\rangle \quad (16)$$

$$S \overset{def}{=} I + T \quad (17)$$

$$S^i_j(t) = \delta^i_j + T^i_j(t) \quad (18)$$

$$T^i_j \overset{def}{=} \int_a^b dt_1 G^i_k(t,t_1)\Delta P^k_j(t_1)[\ldots] +$$

$$+\int_a^b\int_a^b G^i_k(t,t_1)\Delta P^k_m(t_1)G^m_n(t_1,t_2)\Delta P^n_j(t_2)[\ldots]dt_2 dt_1 + \ldots \cdot \quad (19)$$